باسمه تعالی
جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
باشگاه دانش‌پژوهان جوان

مبارزهٔ علمی برای جوانان، زنده‌کردن روح جست‌وجو و کشف واقعیّت‌هاست. «امام خمینی (ره)»

دفترچهٔ سؤالات مرحلهٔ اوّل سال ۱۴۰۳

اولین دورهٔ المپیاد هوش‌مصنوعی

تعداد سؤالات	مدّت آزمون
۲۰	۱۵۰ دقیقه

نام:	نام‌خانوادگی:	شمارهٔ صندلی:

توضیحات مهم

استفاده از هرنوع ماشین‌حساب ممنوع است.

۱- بلافاصله پس از آغاز آزمون، تعداد سؤالات داخل دفترچه و همهٔ برگه‌های دفترچهٔ سؤالات را بررسی نمایید، در صورت هرگونه نقصی در دفترچه، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطّلع کنید.

۲- یک برگ پاسخ‌برگ در اختیار شما قرار گرفته که مشخّصات شما بر روی آن نوشته شده است، در صورت نادرست بودن آن، در اسرع وقت مسؤول جلسه را مطّلع کنید. ضمناً مشخّصات خواسته شده در پایین پاسخ‌برگ را با مداد مشکی بنویسید.

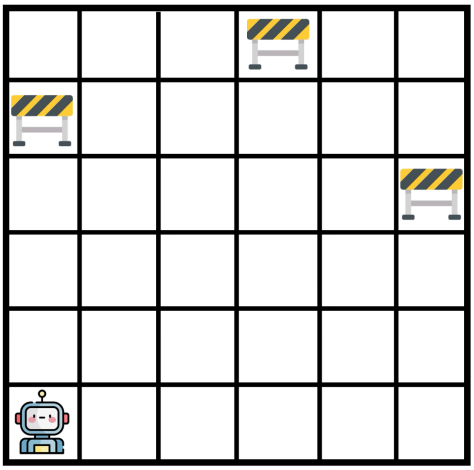
۳- برگهٔ پاسخ‌برگ را دستگاه تصحیح می‌کند، پس آن را تا نکنید و تمیز نگه دارید و به علاوه، پاسخ هر پرسش را با مداد مشکی نرم در محلّ مربوط علامت بزنید. لطفاً خانهٔ مورد نظر را کاملاً سیاه کنید.

۴- دفترچه سوال باید همراه پاسخ‌برگ تحویل داده شود.

۵- هر پاسخ درست ۳ نمرهٔمثبت و هر پاسخ نادرست ۱ نمرهٔ منفی دارد.

کلیهٔ حقوق این سؤالات برای باشگاه دانش پژوهان جوان محفوظ است.
آدرس سایت اینترنتی: ysc.medu.gov.ir

۱ در جدولی که در شکل ۱ آمده است یک ربات در ابتدا در خانه‌ی $(۱, ۱)$ جدول یعنی گوشه پایین سمت چپ قرار دارد. در هر مرحله ربات یکی از چهار جهت اصلی را انتخاب می‌کند و در آن جهت آن‌قدر پیش می‌رود تا به دیوار یا مانع برخورد کند. چند خانه‌ی خالی از جدول وجود دارند که ربات امکان رسیدن به آن‌ها را پس از طی کردن هر تعداد مرحله ندارد؟



شکل ۱

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲ در یک شرکت بزرگ نرم‌افزاری سه تیم برنامه‌نویسی A, B, C فعالیت می‌کنند. تعداد اعضای هر تیم و درصد برنامه‌های اشکال دار تولید شده توسط آن‌ها به صورت زیر است:

- تیم A: ۵۰ عضو دارد و ۲ درصد برنامه‌های نوشته شده توسط هر برنامه‌نویس در این تیم دارای اشکال است.
- تیم B: ۳۰ عضو دارد و ۵ درصد برنامه‌های نوشته شده توسط هر برنامه‌نویس در این تیم دارای اشکال است.
- تیم C: ۲۰ عضو دارد و ۱۰ درصد برنامه‌های نوشته شده توسط هر برنامه‌نویس در این تیم دارای اشکال است.

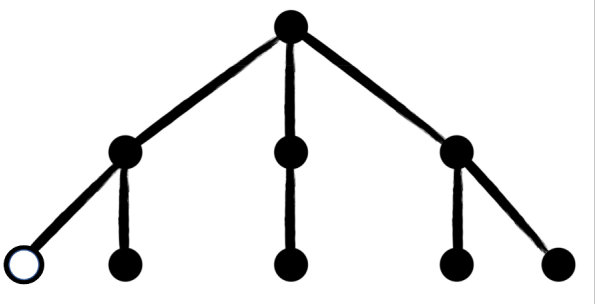
برنامه‌ها به صورت تصادفی و با احتمال برابر بین برنامه‌نویسان شرکت پخش شده است و تعداد برنامه‌های نوشته شده توسط هر تیم متناسب با تعداد اعضای آن تیم است.

تیم کنترل کیفیت در شرکت یک برنامه را به صورت تصادفی انتخاب کرده و پس از بررسی متوجه شده که این برنامه دارای اشکال است. احتمال این که این برنامه توسط تیم C نوشته شده باشد چقدر است؟ اگر بدانیم که این برنامه توسط تیم A نوشته نشده است، احتمال این که توسط تیم C نوشته شده باشد چقدر است؟(به ترتیب از چپ به راست)

۱) $\frac{۴}{۹}, \frac{۴}{۷}$ ۲) $\frac{۵}{۹}, \frac{۴}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۹}, \frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۹}, \frac{۳}{۷}$

۳ گراف شکل ۲ نقشه‌ی یک کشور را نشان می‌دهد. در این گراف راس‌ها نماینده‌ی شهرهای این کشور و یال‌ها جاده‌ها و مسیرهای ارتباطی بین شهرها را نشان می‌دهند. متاسفانه در شهری که با راس دایره توخالی نمایش داده شده، سرقتی اتفاق افتاده، به همین دلیل می‌خواهیم برای امن سازی بقیه‌ی شهرها در سریع‌ترین زمان ممکن همه را از سرقت با خبر کنیم. شیوه‌ی پخش خبر در کشور این گونه است که در هر مرحله هر شهری که از سرقت خبر دارد

می‌تواند خبر سرقت را به یکی از شهرهای مجاور خود ارسال کند. در سریع‌ترین حالت انتقال خبر، با شروع از شهر محل سرقت، حداقل چند مرحله طول می‌کشد تا همه از سرقت با خبر شوند؟



شکل ۲: نقشه‌ی راه‌های ارتباطی کشور، راس توخالی نشان‌دهنده‌ی شهری است که در آن سرقت شده است.

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴ در یک مسابقهٔ تلویزیونی، شرکت‌کننده با ۵ جعبه مواجه است. درون ۲ جعبه از ۵ جعبه جایزه وجود دارد و سایر جعبه‌ها خالی هستند. مراحل مسابقه بدین شکل است:

۱. شرکت‌کننده یک جعبه را انتخاب می‌کند.
۲. مجری که محتویات جعبه‌ها را می‌داند، یک جعبه‌ی دیگر (که شرکت کننده آن را انتخاب نکرده) و خالی است را باز می‌کند و نشان می‌دهد که درون آن چیزی نیست.
۳. سپس، مجری به شرکت‌کننده پیشنهاد می‌دهد که آیا می‌خواهد جعبهٔ انتخابی خود را تعویض کند یا خیر. (در صورت قبول، شرکت کننده تنها یک بار می‌تواند جعبه‌ی انتخابی خود را تغییر دهد.)

در صورتی که شرکت کننده انتخاب بهینه را انجام دهد، احتمال بردن جایزه چقدر است؟ (منظور از انتخاب بهینه تصمیمی است که احتمال بردن جایزه توسط شرکت‌کننده را بیشینه می‌کند.)

۱) $\frac{۸}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵ یک ربات ماموریت دارد که بیشترین امتیاز را در یک بازی کسب کند. بازی به این شکل است که دو دکمه‌ی آبی و قرمز روبه‌روی این ربات وجود دارد، اگر ربات دکمه‌ی قرمز را انتخاب کند ۸ امتیاز دریافت کرده و بازی تمام می‌شود و اگر ربات دکمه‌ی آبی را فشار دهد به احتمال p، ۱۰ امتیاز دریافت کرده و بازی تمام می‌شود. با احتمال $p - ۱$ هم هیچ امتیازی دریافت نکرده و دوباره باید بین دکمه‌ی آبی و قرمز انتخاب کند. این فرایند تا زمان پایان بازی تکرار خواهد شد. ربات قصد دارد تا شیوه‌ی بهینه‌ی بازی کردن را پیدا کند. شیوه‌ی بهینه روشی است که اگر ربات مطابق با آن بازی کند میانگین امتیاز دریافت شده توسط او بیشینه می‌شود. دو حالت زیر را در نظر بگیرید.

۱. $p = ۰/۲$
۲. $p = ۰/۱$

در هر کدام از حالات بالا میانگین امتیاز دریافت شده توسط ربات چقدر خواهد بود؟ عدد سمت راست و چپ به ترتیب میانگین امتیاز را برای حالت اول و دوم نمایش می‌دهند.

۱) ۸, ۸ ۲) ۹, ۱۰ ۳) ۱۰, ۱۰ ۴) ۸/۴, ۸/۲

با توجه به توضیحات زیر به دو سوال بعدی پاسخ دهید.

یک برنامه‌ی مبتنی بر هوش مصنوعی در اختیار داریم که می‌تواند تصاویر جعلی و غیرواقعی تولید کند. این برنامه تنها می‌تواند تصاویر مربوط به کوهستان و یا دریا را تولید کند. می‌دانیم این برنامه یک متغیر حالت درونی دارد که ما مقدار آن را نمی‌دانیم اما می‌دانیم که در ابتدای اجرای برنامه به صورت کاملا تصادفی و با احتمال برابر یکی از سه حالت ۱، ۲ و یا ۳ را به خود می‌گیرد و دیگر تا زمان خروج از برنامه تغییر نمی‌کند. در صورتی که این متغیر مقدار ۱ را به خود بگیرد هر تصویر تولید شده توسط برنامه با احتمال ۰/۲۵ (و مستقل از سایر تصاویر تولید شده‌ی قبلی و یا بعدی) منظره‌ی کوهستان را نمایش می‌دهد و با احتمال ۰/۷۵ منظره‌ی دریا را تصویر می‌کند. در صورتی که مقدار این متغیر برابر با ۲ شود احتمال تولید تصویر منظره‌ی کوهستان ۰/۵ و احتمال تولید تصویر منظره‌ی دریا هم برابر با ۰/۵ می‌شود. در نهایت در صورتی که این متغیر مقدار ۳ را داشته باشد احتمال تولید تصویر منظره‌ی کوهستان ۰/۷۵ و احتمال تولید تصویر منظره‌ی دریا ۰/۲۵ خواهد بود.

این برنامه را یک بار اجرا کردیم و سه تصویر مستقل با آن تولید کردیم. این سه تصویر به ترتیب منظره‌ی کوهستان ـ کوهستان ـ دریا را نشان می‌دهند.

۶ احتمال این مشاهده چقدر بوده است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۴۸}$ ۳) $\frac{۳}{۳۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۷ با توجه به اطلاعات بالا، به‌ازای کدام مقدار برای متغیر حالت درونی برنامه در ابتدای اجرا، احتمال این مشاهده بیشینه می‌شود؟ این مقدار احتمال بیشینه چقدر است؟

۱) حالت ۱، $\frac{۹}{۶۴}$ ۲) حالت ۲، $\frac{۱}{۸}$ ۳) حالت ۳، $\frac{۹}{۶۴}$ ۴) حالت ۲ یا ۳ (فرقی ندارد)، $\frac{۱}{۸}$

---

۸ در یک سرشماری از سن افراد یک شهر ۱۰۰۰ نفره، اعداد مربوط جمع‌آوری شده و در رایانه مرکزی فرمانداری نگهداری می‌شوند. یک هکر موفق می‌شود تا به حافظه این رایانه نفوذ کند، و قصد دارد با دستکاری اعداد در کار ثبت احوال اختلال ایجاد نماید. اما به منظور نامحسوس ماندن، ناچار است سطح تغییرات را پایین نگه دارد تا کسی مشکوک نشود. لذا تصمیم می‌گیرد که یکی از این دو روش را در پیش بگیرد:

۱. می‌تواند تمامی اعداد را تغییر دهد، ولی هر کدام را حداکثر به میزان یک سال پس و پیش کند یا اصلاً تغییر ندهد. انتخاب با خود هکر است.
۲. می‌تواند سن افراد را حداکثر به میزان ۲۵ سال پس و پیش کند! اما فقط برای تعداد ۵۰ نفر از افراد و مابقی می‌بایست بدون تغییر بمانند. نحوه انتخاب این افراد و میزان پس و پیش کردن با خود هکر است.

فرض کنید کارشناسان ثبت‌احوال در نهایت قرار است با یکی از معیارهای «میانگین» یا «میانه» این اعداد کار کنند، و هکر می‌بایست یکی از استراتژی‌های ۱ یا ۲ را به منظور ایجاد بیشترین اختلال در این معیارها پیش بگیرد. در این صورت، مستقل از مقادیری که داده‌ها داشته‌اند، کدام گزینه درست است؟

۱) روش ۱ در هر دو حالت استفاده از میانگین یا میانه حتماً بیشترین اختلال را ایجاد می‌کند.
۲) روش ۲ در هر دو حالت استفاده از میانگین یا میانه حتماً بیشترین اختلال را ایجاد می‌کند.
۳) روش ۲ حتما میانگین را بیشتر مختل خواهد کرد. روش ۱ ممکن است میانه را بیشتر مختل کند، ولی حتمی نیست.
۴) هیچ‌کدام از گزاره‌های فوق لزوما درست نیستند.

۹ دو نفر در مجموع ۱۴۰۳ بار سکه‌ی همگن پرتاب می‌کنند. اولی ۷۰۱ بار و دومی ۷۰۲ بار سکه را پرتاب می‌کنند. احتمال این که نفر دوم بیشتر از نفر اول شیر بیاورد چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۱۴۰۳}$ ۲) $\frac{۱}{۷۰۱}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۰ مجموع توان دوم تفاضل تعدادی عدد از میانگین آن‌ها که در فرمول زیر با J مشخص شده است را در نظر بگیرید:

$$J = \sum_{i=۱}^{N} (x_i - \hat{x})^۲$$

$$\hat{x} = \frac{۱}{N} \sum_{i=۱}^{N} x_i$$

اگر ۱۵ عدد در اختیار داشته باشیم و مقدار J را برای آن‌ها حساب کرده باشیم و ۵ عدد جدید به مجموعه اعداد اضافه شده باشد ولی مقدار J بعد از اضافه شدن آنها هیچ تفاوتی نکرده باشد، کدام گزینه در ارتباط با ۵ عدد جدید افزوده شده همیشه درست است؟

۱) میانگین ۵ عدد جدید صفر است.
۲) میانگین ۵ عدد جدید، یک سوم میانگین ۱۵ عدد موجود است.
۳) همه‌ی ۵ عدد جدید، دقیقا برابر با میانگین ۱۵ عدد موجود است.
۴) اظهار نظری نمی‌توان کرد.

۱۱ علی در انباری مدرسه‌ی خود رایانه‌ای قدیمی را پیدا کرده که دارای ویژگی‌های زیر است:

۱. این رایانه تنها دو خانه‌ی حافظه دارد. در هر یک از این خانه‌ها می‌توان یا یک مقدار ثابت (یک عدد) و یا یک تک متغیر (x) را ذخیره کرد.
۲. این رایانه قادر است در هر مرحله تنها یک عمل حسابی ساده (جمع یا ضرب) را روی دو خانه‌ی حافظه اجرا کند.
۳. پس از اجرای یک عمل حسابی نتیجه‌ی عملیات در یکی از دو خانه‌ی حافظه نوشته می‌شود.

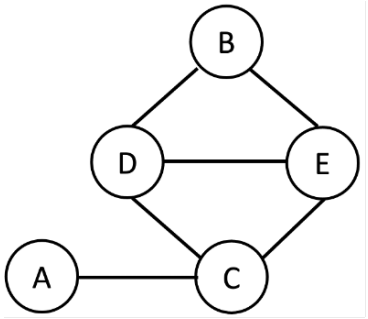
علی می‌خواهد عبارت $x^۵ + ۴x^۳ + ۶x + ۵$ را با این رایانه‌ی قدیمی محاسبه کند. علی باید این عبارت را به گونه‌ای ساده‌سازی کند که برای اجرا روی رایانه مناسب باشد. از آن‌جایی که رایانه بسیار قدیمی است احتمال خرابی آن بالاست و علی باید با کمترین تعداد عملیات حسابی این عبارت را محاسبه کند. علی برای این کار حداقل نیاز به چند عمل حسابی (جمع و ضرب) دارد؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۲ ۵۰ گردشگر داریم که به تازگی از بازدید جنگل‌های آفریقا بازگشته‌اند. می‌دانیم دقیقا یکی از این افراد به بیماری مالاریا مبتلا شده است اما نمی‌دانیم این فرد چه کسی است. برای تشخیص بیماری مالاریا آزمایش خون لازم است. اما می‌توانیم از چند نفر همزمان خون بگیریم و خونشان را با هم آزمایش کنیم. در صورتی که جواب آزمایش مثبت باشد می‌فهمیم که حداقل یکی از افرادی که خون داده‌اند به مالاریا مبتلا بوده است. از آن‌جایی که هزینه‌ی آزمایش خون زیاد است از شما می‌خواهیم تا حداقل تعداد آزمایش خون لازم برای تشخیص فرد مبتلا را پیدا کنید.

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۱۰

۱۳ فرض کنید قرار است افراد A تا E در یک مهمانی دور میزهای ۱ تا ۳ بنشینند. در گراف شکل ۳ افراد با دایره مشخص شده‌اند و هر دو فردی که تمایل ندارند با هم سر یک میز بنشینند با خط به هم وصل شده‌اند. می‌خواهیم برای پیدا کردن شماره میز برای این افراد از الگوریتم جستجوی عقب‌گرد استفاده کنیم و *با پیدا کردن اولین جواب یعنی تخصیص میز به افراد الگوریتم متوقف می‌شود*. در این الگوریتم خیلی ساده و به صورت اسلوبمند پیدا کردن میز برای افراد را انجام می‌دهیم. برای این منظور به ترتیب (الفبا) سراغ افراد A تا E می‌رویم که به آن‌ها شماره میز اختصاص دهیم و برای هر فرد به ترتیب سراغ شماره میزهای ۱ تا ۳ می‌رویم. برای انتساب میز به یک فرد اگر افرادی که تا این لحظه سر میز مربوطه نشسته‌اند با این فرد جدید مشکلی ندارند انتساب انجام می‌شود و به سراغ فرد بعدی می‌رویم. اما اگر این فرد با یکی از افرادی که سر میز n نشسته‌اند مشکل داشته باشد به سراغ میز $n+1$ می‌رویم و در صورتی‌که حتی نتوانیم برای این فرد در میز آخر هم جا پیدا کنیم عقب‌گرد می‌کنیم و به سراغ نفر قبل می‌رویم و شماره میزهای بعد از شماره‌ای که الان سر آن نشسته را به ترتیب برای آن فرد امتحان می‌کنیم و اگر جایی برای آن شخص پیدا کردیم مجدد سراغ پیدا کردن جا برای نفر بعدی می‌رویم وگرنه باز هم عقب‌گرد می‌کنیم و به نفر قبل‌تر برمی‌گردیم و به همین ترتیب کار را ادامه می‌دهیم. برای گراف ناسازگاری زیر اولین جوابی که با این الگوریتم پیدا می‌شود کدام است؟



شکل ۳: افرادی که بین آن‌ها یال وجود دارد تمایل به نشستن دور یک میز ندارند.

۱) $A=۲, B=۱, C=۱, D=۲, E=۳$
۲) $A=۱, B=۲, C=۲, D=۱, E=۳$
۳) $A=۱, B=۲, C=۲, D=۳, E=۱$
۴) $A=۲, B=۱, C=۱, D=۳, E=۱$

۱۴ در این سوال می‌خواهیم نقاط فضای سه‌بعدی را به ۳ دسته‌ی A, B, C تقسیم کنیم. برای این کار می‌دانیم هر دسته یک نماینده در فضای سه‌بعدی دارد. این نماینده‌ها در زیر مشخص شده اند.

- بردار نماینده‌ی دسته A: $(۱, ۱, ۰)$
- بردار نماینده‌ی دسته B: $(۰, ۱, ۰)$
- بردار نماینده‌ی دسته C: $(۰, ۱, ۱)$

دسته‌بند ما به این صورت کار می‌کند که به‌ازای یک نقطه دلخواه در فضای سه بعدی (x, y, z) فاصله‌ی کسینوسی آن را با بردار نماینده‌ی هر دسته محاسبه می‌کند و آن را به دسته‌ای انتساب می‌دهد که فاصله‌ی کسینوسی نقطه تا آن دسته کمینه است. (فاصله‌ی کسینوسی مقدار کسینوس زاویه‌ی بین بردار نماینده‌ی گروه و نقطه‌ی دلخواه را اندازه می‌گیرد.) می‌خواهیم نقطه‌ی $(۱, ۲, ۲)$ را به یک دسته انتساب دهیم. تبدیل‌های زیر را برای بردار نقطه (و نه

بردارهای نماینده‌ی دسته‌ها) در نظر بگیرید:

- **نرمال‌سازی**: جهت بردار نقطه ثابت می‌ماند اما طول آن برابر با یک می‌شود.
- **تغییر مقیاس**: بردار نقطه را در ۲ ضرب می‌کنیم.
- **انتقال**: بردار نقطه را با بردار $(۳, ۳, ۱)$ جمع می‌کنیم.

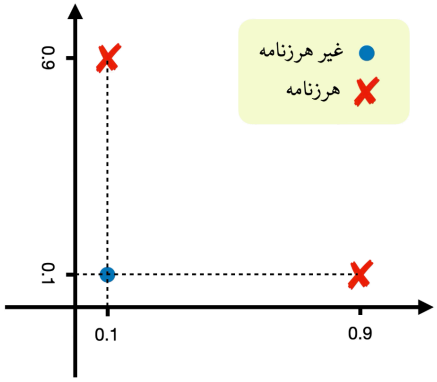
در اثر اعمال چند تا از تبدیلات بالا نتیجه‌ی دسته‌بندی این نقطه پیش و پس از اعمال تبدیلات تغییر می‌کند؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۵ در این مسئله به دسته‌بندی ایمیل‌ها به دو دسته‌ی هرزنامه و غیر هرزنامه می‌پردازیم. دسته‌ی غیر هرزنامه را با $y = ۱$ و دسته‌ی هرزنامه را با $y = -۱$ نشان می‌دهیم. برای دسته‌بندی ابتدا از متن ایمیل دو ویژگی زیر را استخراج می‌کنیم:

۱. مجموع تعداد کلمات win (برنده)، prize (جایزه) و free (رایگان) تقسیم بر تعداد کل کلمات داخل ایمیل. این نسبت را با $x_۱$ نمایش می‌دهیم.
۲. تعداد کلماتی که به صورت تمام با حروف بزرگ نوشته شده‌اند، مانند MONEY تقسیم بر کل تعداد کلمات داخل ایمیل. این نسبت را با $x_۲$ نمایش می‌دهیم.

حال برای سه ایمیل نمونه، برچسب گذاری توسط انسان انجام شده است. و در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل ضربدرها نشانه‌ی ایمیل هرزنامه و دایره‌ها نشانه‌ی ایمیل غیرهرزنامه است.



شکل ۴: محور افقی $x_۱$ و محور عمودی $x_۲$ را نشان می‌دهد.

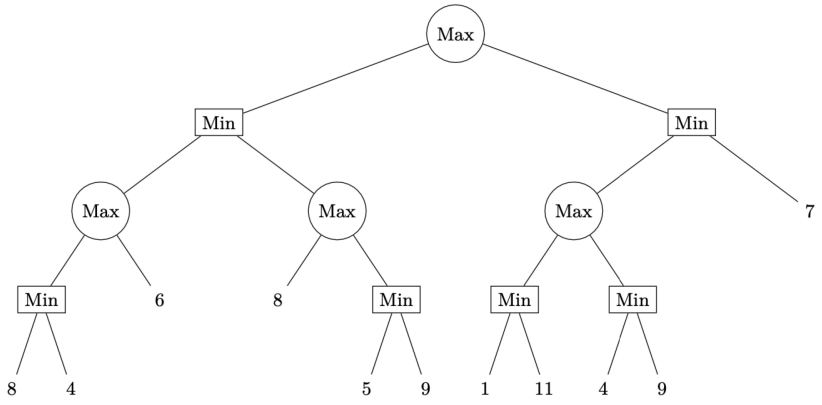
برای دسته‌بندی به این صورت عمل می‌کنیم که ابتدا مطابق فرمول زیر مقدار $\mathcal{F}$ را محاسبه می‌کنیم. حال اگر $\mathcal{F} \geqslant ۰$ ایمیل به دسته‌ی غیر هرزنامه تعلق دارد و اگر $\mathcal{F} < ۰$ ایمیل به دسته‌ی هرزنامه تعلق دارد.

$$\mathcal{F} = w_۱x_۱ + w_۲x_۲ + w_۳$$
$$w_i \in \mathbb{R}$$

فرض کنید برای هر کدام از سه ایمیلی که در شکل ۴ آمده است، مقدار $\mathcal{F}$ برابر با دسته‌ی آن ایمیل باشد. در این صورت حاصل $|w_۱| + |w_۲| + |w_۳|$ کدام گزینه است؟

۱) ۶ ۲) ۶/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

۱۶ در سرزمینی دور، دو بازیکن زیرک به نام‌های ماکسیموس و مینیموس در رقابتی هوشمندانه به مبارزه می‌پرداختند. این رقابت بر روی یک درخت برگزار می‌شد. ماکسیموس، جنگجویی جاه‌طلب و قوی، همیشه به دنبال بیشترین امتیاز بود. او مسیرهایی را انتخاب می‌کرد که بهترین نتیجه را برای خودش داشته باشد. مینیموس، حریفی زیرک و محتاط، تمام تلاش خود را می‌کرد که کمترین امتیاز را به ماکسیموس تحمیل کند و او را ناامید سازد. این بازی از ریشه‌ی درخت (بالاترین راس) شروع می‌شود که در آن ماکسیموس باید انتخاب کند که در کدام‌یک از شاخه‌ها بازی ادامه پیدا کند. پس از انتخاب شاخه توسط ماکسیموس، نوبت به مینیموس می‌رسد تا تصمیم بگیرد که در شاخه‌ای که ماکسیموس انتخاب کرده، کدام یک از زیرشاخه‌ها، ادامه‌ی بازی را رقم بزند و به همین ترتیب ماکسیموس و مینیموس بازی را به نوبت ادامه می‌دهند. در مراحلی که راس به صورت دایره است، نوبت ماکسیموس است که تصمیم‌گیری کند و در رئوس به صورت مربع، تصمیم‌گیری برای زیرشاخه‌ی ادامه‌ی بازی با مینیموس است. در مراحل پایانی بازی نیز که به برگ‌های درخت می‌رسیم، نتیجه‌ی نهایی بازی همان امتیازی است که ماکسیموس از این بازی به دست می‌آورد. (شکل ۵)



شکل ۵: درخت بازی ماکسیموس و مینیموس

با توجه به درخت بازی شکل ۵، اگر هر دو بازیکن در ابتدا نتایج نهایی هر یک از شاخه‌ها را بدانند و همچنین هر دو بازیکن بهترین بازی خود را انجام دهند، امتیازی که ماکسیموس کسب می‌کند چند است؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۷ دارا و سارا هر دو در نقطه‌ی A قرار دارند. یک دوچرخه داریم که در نقطه‌ی A پارک شده است. نقطه‌ی A در فاصله‌ی ۱۶۰ متری نقطه‌ی B قرار دارد. دارا و سارا می‌خواهند هر دو در کمترین زمان ممکن به نقطه‌ی B برسند. سرعت پیاده‌روی دارا ۲ متر بر ثانیه و سرعت پیاده‌روی سارا ۱ متر بر ثانیه است. سرعت دوچرخه‌سواری دارا ۵ متر بر ثانیه و سرعت دوچرخه سواری سارا ۱۰ متر بر ثانیه است. از آن‌جایی که دوچرخه کوچک است تنها یک نفر امکان سوار شدن آن را دارد. می‌توان در میان راه (به تعداد دلخواه) از دوچرخه پیاده شد تا نفر دیگر به آن سوار شود. همچنین می‌توان در میان راه دوچرخه را پارک کرد تا نفر بعدی به آن برسد. زمان سوار شدن و پیاده شدن از دوچرخه را ناچیز فرض کنید. با این توضیحات کمترین زمان ممکن رسیدن دارا و سارا به نقطه‌ی B چقدر است؟

۱) ۷۱ ۲) ۸۰ ۳) ۶۶ ۴) ۶۴

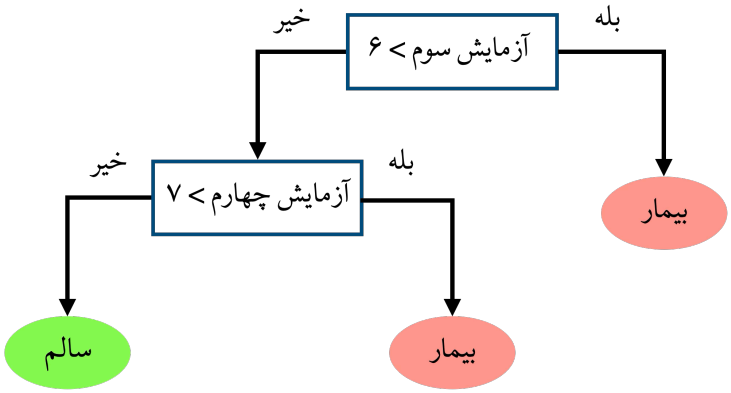
۱۸ چهار شهر A, B, C, D را در نظر بگیرید. فاصله‌ی شهر A با شهر B ۲۴ کیلومتر، فاصله‌ی شهر B با شهر C ۱۶ کیلومتر و فاصله‌ی شهر C با شهر D ۲۰ کیلومتر است. محمدجواد می‌خواهد از شهر A به شهر D سفر کند و سرعت حرکت او ۱ کیلومتر بر ساعت است. از آن‌جایی که جاده‌ی میان شهرها تازه کشیده شده، روشنایی خوبی

ندارد و محمدجواد باید شب‌ها از چراغ‌قوه استفاده کند. چراغ‌قوه‌ای که در اختیار دارد به این صورت کار می‌کند که به‌ازای هر یک ساعتی که شارژ شود، یک ساعت نوردهی دارد. فرض کنید از ساعت ۰ تا ساعت ۱۲ روز باشد و نیازی به چراغ قوه نباشد و ساعت ۱۲ تا ۲۴ شب است و باید از چراغ‌قوه استفاده کرد. همچنین چراغ‌قوه را تنها می‌توان در شهرها شارژ کرد و امکان شارژ آن در میان راه وجود ندارد.

اگر محمدجواد در ساعت ۰ روز نخست در شهر A باشد و چراغ‌قوه‌اش شارژ نداشته باشد، کمترین زمانی که محمدجواد می‌تواند به شهر D برسد چقدر است؟ (تنها راه رسیدن از شهر A به D عبور از شهرهای B و C است.)

۱) ۸۲ ۲) ۸۳ ۳) ۸۴ ۴) ۸۵

۱۹ یک آزمایشگاه برای تعیین سالم یا بیمار بودن افراد، پنج آزمایش مستقل روی آن‌ها انجام می‌دهد و نتیجه‌ی هر آزمایش را به صورت عددی بین ۰ تا ۱۰ گزارش می‌کند. این آزمایشگاه جهت تشخیص سالم یا بیمار بودن فرد از یک مدل درختی استفاده می‌کند. برای استفاده از مدل درختی از ریشه درخت شروع می‌کنیم، در صورتی که شرط نوشته شده در ریشه درخت درباره‌ی نتیجه‌ی آزمایش فرد برقرار بود به سراغ فرزند سمت راستی "بله" و در صورتی که برقرار نبود به سراغ فرزند سمت چپی "خیر" می‌رویم. این کار را آن‌قدر انجام می‌دهیم تا به برگ‌های درخت (یا انتهای مسیر) برسیم.



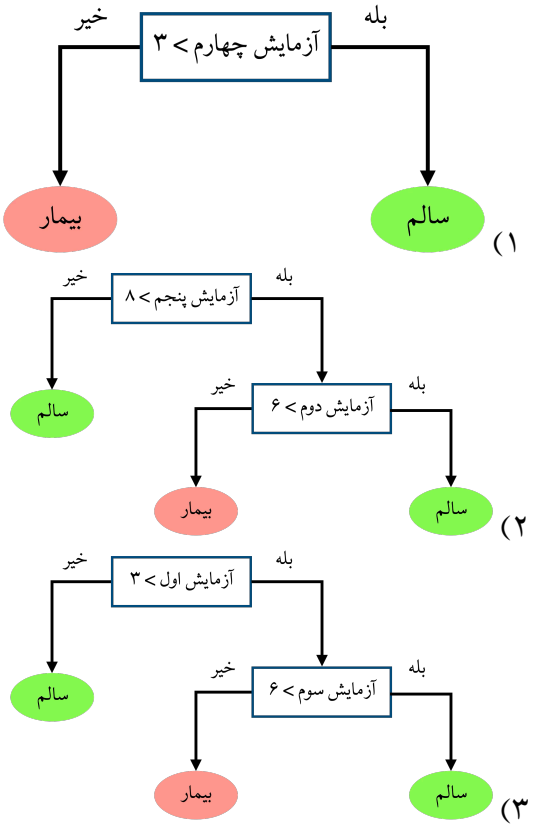
شکل ۶: مثالی از یک مدل تصمیم‌گیری درختی

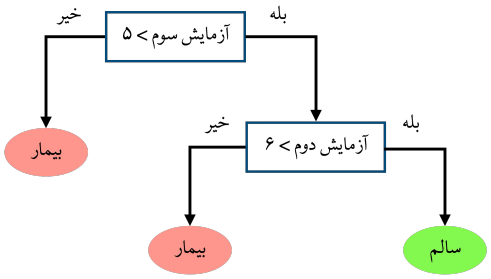
برای مثال مدل درختی شکل ۶ را در نظر بگیرید. ابتدا نتیجه‌ی آزمایش سوم را با عدد ۶، مقایسه می‌کنیم، اگر بزرگتر بود فرد به عنوان بیمار شناسایی می‌شود؛ در غیر این صورت نتیجه‌ی آزمایش چهارم او را با عدد ۷ مقایسه می‌کنیم، اگر بزرگتر بود فرد به عنوان بیمار شناسایی می‌شود؛ در غیر این صورت فرد سالم است.

نتیجه‌ی آزمایش مراجعان آزمایشگاه

فرد	سلامت	آزمایش یک	آزمایش دو	آزمایش سه	آزمایش چهار	آزمایش پنج
۱	سالم	۱	۵	۸	۷	۲
۲	سالم	۲	۴	۹	۸	۵
۳	بیمار	۵	۴	۴	۲	۱۰
۴	سالم	۴	۷	۸	۴	۸
۵	بیمار	۷	۳	۳	۳	۹
۶	بیمار	۸	۵	۲	۱	۱۰
۷	سالم	۲	۸	۱۰	۲	۱۰
۸	بیمار	۹	۲	۱	۲	۹
۹	سالم	۵	۹	۱۰	۹	۱۰
۱۰	بیمار	۱۰	۶	۷	۱	۹

در جدول بالا نتیجه‌ی آزمایش ۵ فرد سالم و ۵ فرد بیمار را مشاهده می‌کنید. کدام گزینه بهترین درخت تصمیم‌گیری برای تعیین وضعیت مراجعه کنندگان است؟ بهترین درخت، درختی است که بوسیله‌ی آن بتوان سالم یا بیمار بودن تعداد بیشتری از مراجعان را به درستی تشخیص داد.





۴)

۲۰ این بار آزمایشگاه در تلاش برای کشف یک بیماری ویروسی ناشناخته است. بدین منظور دو آزمایش جدید (متفاوت از سوال‌های پیشین) طراحی کرده و ۱۲ نفر از مراجعه کنندگان را با آن سنجیده است که نتایج آن را در جدول زیر مشاهده می‌کنید. پاسخ آزمایشات هر فرد را می‌توان یک نقطه در فضای دو بعدی (x, y) تصور کرد که نتیجه‌ی آزمایش اول مقدار x و نتیجه‌ی آزمایش دوم مقدار y باشد. می‌دانیم اگر دو فرد از یک دسته (هر دو سالم یا هر دو بیمار) باشند فاصله‌ی اقلیدسی نقطه‌ی نمایش دهنده‌ی نتایج آزمایشات آن‌ها نسبت به زمانی که دو فرد از دو دسته‌ی متفاوت (یکی سالم و دیگری بیمار) باشند، کمتر است. از آن‌جایی که ویروس به تازگی انتشار یافته آزمایشگاه اطمینان دارد که اغلب مراجعه کنندگان سالم هستند. کدام گزینه محتمل‌تر است که شامل بیماران باشد؟

توضیحات: فاصله اقلیدسی نقطه $(x_۱, y_۱)$ و نقطه $(x_۲, y_۲)$ به صورت $\sqrt{(x_۱ - x_۲)^۲ + (y_۱ - y_۲)^۲}$ محاسبه می‌شود.

نتیجه‌ی آزمایشات مربوط به ویروس جدید

فرد	آزمایش یک	آزمایش دو
۱	۵	۳
۲	۶	۲
۳	۱	۸
۴	۴	۳
۵	۳	۸
۶	۲	۷
۷	۵	۹
۸	۴	۴
۹	۳	۹
۱۰	۵	۴
۱۱	۲	۹
۱۲	۴	۱۰

۱) افراد ۳، ۶ و ۱۱ ۲) افراد ۷، ۹، ۱۱ و ۱۲ ۳) افراد ۱، ۲، ۴، ۸ و ۱۰ ۴) افراد ۱، ۲، ۷ و ۹